

# GEOMETRÍA

**Geometría:** es la Ciencia que estudia la extensión de los cuerpos y sus elementos.

Se divide en:

- **Geometría plana:** estudia las figuras cuyos puntos están todos en un mismo plano.
- **Geometría del espacio:** estudia los cuerpos geométricos.

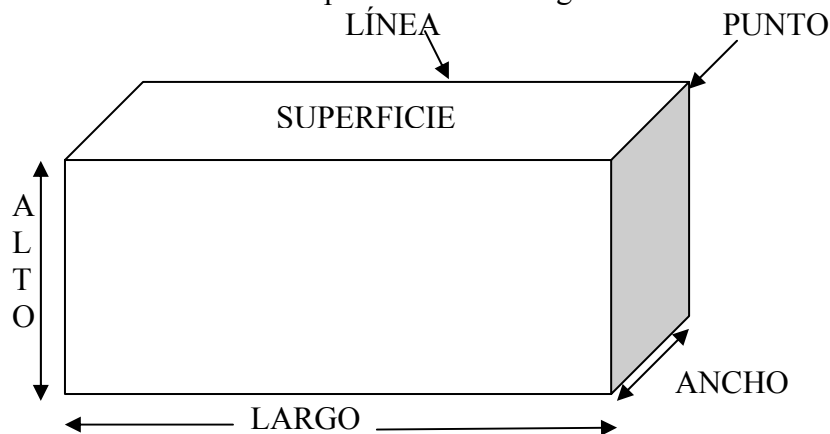
**Cuerpo geométrico:** es el que tiene sus caras planas o curvas, y por su forma y extensión es estudiado por la Geometría.

En los cuerpos geométricos se consideran tres dimensiones: ancho, largo y alto.

**Superficie:** es la extensión considerada en dos dimensiones: largo y ancho.

**Línea:** Se llama línea el borde o límite de una superficie. La línea tiene una sola dimensión: largo.

**Punto:** el extremo de una línea. El punto no tiene ninguna dimensión.



## CLASES DE LÍNEAS:

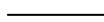


- **Recta:** la que tiene todos sus puntos en una misma dirección.
- **Curva:** la que tiene sus puntos en distinta dirección.
- **Mixta:** formada por una recta y una curva unidas.
- **Quebrada:** es la que está formada por varias rectas en distinta dirección.
- **Ondulada:** formada por varias curvas en distinta dirección.
- **Espiral:** es la que saliendo de un punto da vueltas sobre sí misma.

Una **recta** no tiene ni origen ni fin. No está limitada por sus extremos. Su longitud es infinita.

**Semirrecta:** cada una de las partes en que un punto divide a una recta. La semirrecta tiene origen, pero no fin. Está limitada por uno de sus extremos.

**Segmento:** es la parte de una recta comprendida entre dos puntos A y B.

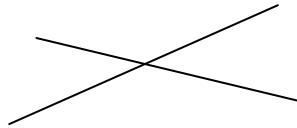
La línea recta según su posición en el espacio puede ser:

- *Horizontal* 
- *Vertical* 
- *Inclinada* 

En el plano dos rectas pueden tener las siguientes posiciones relativas:

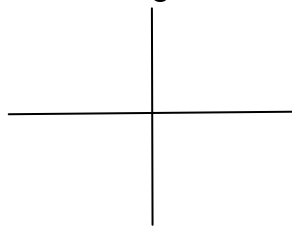
### RECTAS SECANTES

Rectas secantes son las que se cortan. Dos rectas secantes tienen un punto en común.



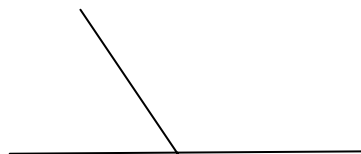
### RECTAS PERPENDICULARES

Si al cortarse dos rectas forman cuatro ángulos iguales se dice que estas dos rectas son perpendiculares. Se llama ángulo recto a cualquiera de los ángulos con que se cortan.



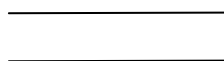
### RECTAS OBLICUAS

Son las que se cortan dejando a sus lados superficies o aberturas desiguales.



### RECTAS PARALELAS

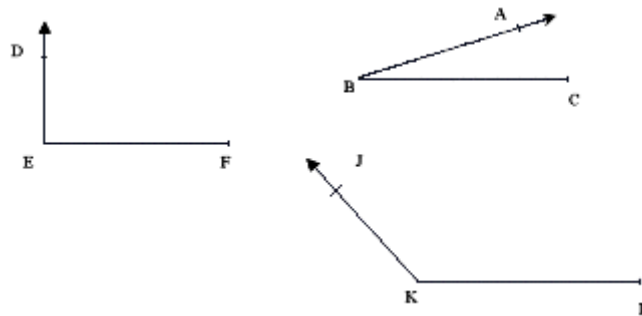
Rectas paralelas son las que no se cortan. No tienen puntos en común.



Como caso particular de rectas paralelas, se dice que dos rectas son **coincidentes**, si son la misma recta.

**ÁNGULO:** es la superficie comprendida entre dos líneas (semirrectas) que se cortan en un punto llamado **vértice**.

Las líneas que forman los ángulos se llaman **lados**.

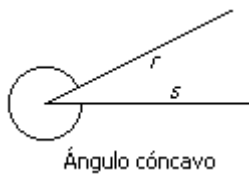


**TIPOS DE ÁNGULOS:**

- **Llano:** es el que tiene los dos lados sobre la misma recta:



- **Cóncavos:** son los ángulos mayores que el llano.

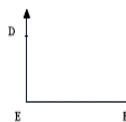


- **Convexos:** son los ángulos menores que el llano.

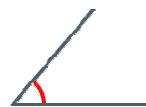


**Los ángulos convexos pueden ser:**

- **Rectos:** sus lados son semirrectas perpendiculares y miden 90°.



- **Agudos:** Son menores que uno recto.



- **Obtuseos:** Son mayores que uno recto.



## RELACIONES ENTRE ÁNGULOS.

### Ángulos Complementarios

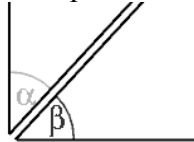
Dos ángulos son complementarios si suman  $90^\circ$ .

### Ángulos suplementarios.

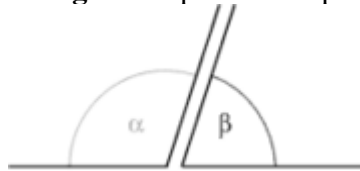
Dos ángulos son suplementarios si suman  $180^\circ$ .

### Complemento y suplemento de un ángulo:

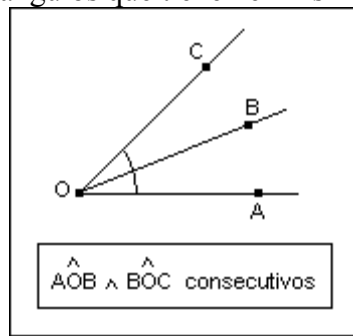
**Complemento de un ángulo** lo que le falta para valer un recto.



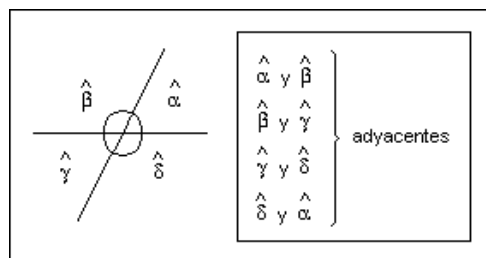
**Suplemento de un ángulo** lo que le falta para valer dos rectos.



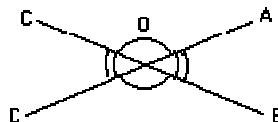
**Ángulos consecutivos:** los ángulos que tienen el mismo vértice y un lado en común.



**Ángulos adyacentes:** los ángulos que tienen el mismo vértice y un lado en común (son consecutivos) y además el otro lado se encuentra sobre la misma recta.



**Ángulos opuestos por el vértice:** tienen el mismo vértice y los lados de uno son prolongación de los lados del otro.

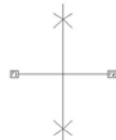


Dos **ángulos opuestos por el vértice** (vértice común y lados de uno prolongación de los del otro) son iguales.

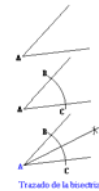
Los ángulos que forma una recta al cortar a dos rectas paralelas son iguales.

Dos ángulos con lados perpendiculares son: Iguales si ambos son agudos o ambos obtusos. Suplementarios si uno es agudo y el otro obtuso.

La **mediatriz de un segmento** es la recta perpendicular al segmento en el punto medio. Los puntos de la mediatriz están a igual distancia de los extremos del segmento.



La **bisectriz** de un ángulo es una recta que:  
 - Pasa por el vértice del ángulo.  
 - Divide el ángulo en dos ángulos iguales.



### UNIDADES DE MEDIDA DE ÁNGULOS:

#### EL SISTEMA SEXAGESIMAL:

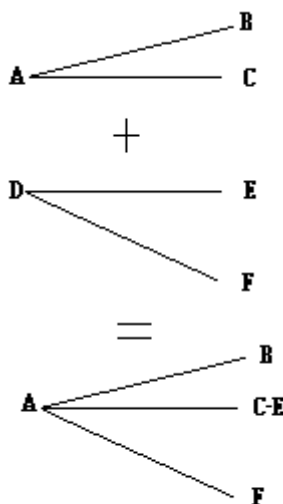
Los ángulos se miden en grados (°), minutos (') y segundos (").

En el sistema sexagesimal, 60 unidades de un orden forman una unidad del orden inmediatamente superior.

$$1 \text{ ángulo recto} = 90^\circ \quad 1^\circ = 60' \quad 1' = 60''$$

Un ángulo de 1° es el que resulta al dividir en 90 partes iguales un ángulo recto.

#### Suma de ángulos.



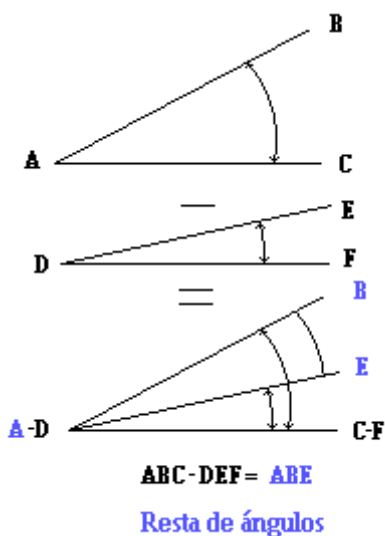
**ABC + DEF = ABF**  
 Suma de Ángulos

La suma de dos o más ángulos puede realizarse ya sea en forma gráfica, o en forma aritmética. En el primer caso, se dibujan los ángulos sumandos uno a continuación del otro, con el mismo vértice; y el resultado de la suma será un nuevo ángulo comprendido entre los lados exteriores del trazado.

Para sumar ángulos en forma aritmética, deben sumarse por un lado los grados, los minutos y los segundos respectivamente; y luego tener en cuenta que como cada 60 segundos forman un minuto, y cada 60 minutos forman un grado, debe hacerse el correspondiente ajuste del resultado:

<b>ABC = 30° 45' 13" + DEF = 42° 45' 53"</b>	
<b>Suma:</b>	<b>Reducción:</b>
30° + 42° = 72°	66" = 1', 6"
45' + 45' = 90'	90 + 1' = 1°, 31'
13" + 53" = 66"	<b>Total: ABF = 72 + 1 = 73°, 31', 6"</b>

## Resta de ángulos.



La resta — diferencia o sustracción — entre dos o más ángulos también puede realizarse ya sea en forma gráfica, o en forma aritmética. En el primer caso, se dibuja el ángulo minuendo (el mayor) y, dentro de él, el ángulo sustraendo (el menor), igualmente con el mismo vértice; y el resultado de la resta será un nuevo ángulo comprendido entre el lado superior (A-B) y el lado interior del trazado (A-E).

Para restar ángulos en forma aritmética, debe procederse en forma similar a la suma, restando por separado los grados, los minutos y los segundos respectivamente; y luego reducir el resultado como se hiciera en la suma.

Pero como puede ocurrir que los minutos o segundos del sustraendo sean más que los del minuendo, habrá que tomar 60 del nivel superior, reduciendo éste:

<b>ABC = 42° 45' 13" — DEF = 30° 55' 53"</b>		
<b>Conversión de ABC:</b>	<b>Resta:</b>	<b>Reducción:</b>
42° 45' 13"	42° – 30° = 12°	No se requiere
42° 45' = 41°, 105°	104' – 55' = 49'	<b>Resultado:</b>
105' 13" = 104°, 73°	73" – 53" = 20"	<b>ABE = 12°, 49', 20"</b>

## Multiplicación de ángulos.

La multiplicación respecto de un ángulo, — al igual que la división — puede realizarse respecto de un número natural; pero es una operación que tiene sentido lógico en cuanto el resultado no sea superior a la medida máxima posible para un ángulo, que son 360°.

Como operación por método gráfico, la multiplicación de un ángulo determinado, por un número natural, no se diferencia de la suma; en cuanto se trata de sumar el ángulo a sí mismo, tantas veces como requiere el multiplicador: 2 veces para multiplicarlo por dos, 3 veces para multiplicarlo por 3, y sucesivamente. De la misma manera que para su multiplicación aritmética, es fácil advertir que esa operación gráfica queda limitada hasta que una nueva adición del ángulo a la resultante de las anteriores, determine que quede superpuesto con el primero de ellos.

La multiplicación aritmética de ángulos en la forma indicada — por un número natural, no necesariamente un entero — se realiza en forma similar a las operaciones anteriores; teniendo en cuenta la reducción de la resultante a un número de segundos y minutos no superior a 60, y asimismo que el resultado final no puede superar 360°, 0', 0":

$ABC = 12^\circ 45' 13'' \times 5$		
<b>Multiplicación:</b>		<b>Reducción:</b>
$12^\circ \times 5 = 60^\circ$		$225' = 3^\circ, 45''$
$45' \times 5 = 225'$		$65'' = 1', 5''$
$13'' \times 5 = 65''$		
<b>Resultado:</b> $60^\circ + 3^\circ = 63^\circ$ , $45' + 1' = 46'$ <b>Total:</b> $63^\circ, 46', 5''$		

### División de ángulos.

Lo expresado para la multiplicación es aplicable en cierta forma a la división aritmética de ángulos. La división de un ángulo en varias partes iguales, correspondientes a un número natural, puede realizarse subdividiéndolo en forma gráfica en la cantidad resultante de ángulos iguales.

La división aritmética de ángulos se realiza por el mismo procedimiento que la multiplicación, procediendo por separado con grados, minutos y segundos; con la particularidad de que para obtener resultados adecuados, deberán dividirse primero los segundos, llevándolos a un valor adecuado a partir de tomar minutos; y del mismo modo con los minutos, tomando grados. Finalmente, habrá de procederse a la reducción de la resultante a un número de segundos y minutos no superior a 60:

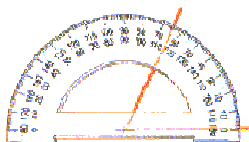
$ABC = 125^\circ 46' 0'' \div 5$		
<b>Conversión previa:</b>	<b>División:</b>	<b>Reducción:</b>
$46', 0'' = 45', 60''$	$60'' \div 5 = 12''$	
	$45' \div 5 = 9'$	<b>No se requiere</b>
	$125^\circ \div 5 = 25^\circ$	
<b>Resultado:</b> $25^\circ, 9', 12''$		

### MATERIALES EMPLEADOS PARA LA MEDIDA DE ÁNGULOS.

#### EL TRANSPORTADOR DE ÁNGULOS:

El transportador es un instrumento que consiste en un semicírculo dividido en unidades que van desde  $0^\circ$  hasta  $180^\circ$ . Cada una de estas medidas es un grado ( $1^\circ$ ) sexagesimal y todas las medidas que se tomen con este instrumento corresponden al sistema sexagesimal.

El transportador de ángulos es una herramienta de dibujo que nos permite medir y también construir ángulos.



**EL COMPÁS:** En matemáticas, un compás es un instrumento usado para describir y trazar círculos o arcos (ángulos).

